الدرس 4

القوى الأسية لأحاديات الحد

مسائل من الحياة اليومية

أحواض السمك اشترى النادي البحري في مدرسة النجاح الابتدائية حوض سمك. وكان الحوض على شكل مكعب طول ضلعه 2^4 بوصة. استخدم الأسئلة لإيجاد كمية الماء التي سيستوعبها حوض السمك.

1. اكتب تعبير ضرب يمثل حجم حوض السمك. $2^4 \times 2^4 \times 2^4$

2. بسّط التعبير. اكتب قوة أسية واحدة للعدد 2. 2^{12}

3. مستخدمًا 2^4 كأساس، اكتب تعبير الضرب $2^4 \times 2^4 \times 2^4$ مع استخدام أس. $(2^4)^3$

4. اشرح لماذا $(2^4)^3 = 2^{12}$. الإجابة النموذجية: كلا التعبيرين يمثلان حجم نفس المكعب.

5. استخدم آلة حاسبة لإيجاد حجم الحوض.

4,096 بوصة مكعبة

6. جالون واحد من الماء يساوي 231 بوصة مكعبة. اكتب تعبيرًا لإيجاد عدد جالونات الماء التي سيستوعبها الحوض إذا

4,096 / 231

قُرّب عن أقرب.

7. كم عدد جالونات الماء التي سيستوعبها حوض السمك؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جالون. 18 جالونًا

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بطرق مختلفة؟

ممارسات رياضية 1, 3, 4, 7

ما ممارسات الرياضيات التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① البثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

© Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

المفهوم الرئيسي

القوة الأسية لقوة أسية أخرى

الشرح لإيجاد القوة الأسية لقوة أسية أخرى، اضرب الأسس.

أمثلة

الأعداد
5^6 أو $(5^2)^3 = 5^{2\times3}$

الصيغة الجبرية
$(a^m)^n = a^{m\times n}$

يمكنك استخدام قاعدة إيجاد ناتج ضرب القوى الأسية كطريقة أخرى لإيجاد القوة الأسية لقوة أسية أخرى.

$$(6^4)^5 = \underbrace{(6^4)(6^4)(6^4)(6^4)(6^4)}_{\text{5 عوامل}}$$

$$= 6^{4+4+4+4+4}$$ تطبيق القاعدة على ناتج ضرب القوى

$$= 6^{20}$$

لاحظ أن ناتج ضرب الأسين الأصليين، 4 و 5، هو القوة الأسية النهائية 20.

أمثلة

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

1. $(8^4)^3$

$(8^4)^3 = 8^{4\times3}$ قوة أسية لقوة أسية أخرى

$= 8^{12}$ حوّل إلى أبسط صورة

2. $(k^7)^5$

$(k^7)^5 = k^{7\times5}$ قوة أسية لقوة أسية أخرى

$= k^{35}$ حوّل إلى أبسط صورة

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل لتتأكد أنك فهمت.

a. $(2^5)^2$ b. $(w^4)^6$ c. $[(3^2)^3]^2$

منطقة العمل

a. 2^{10}

b. w^{24}

c. 3^{12}

حقوق الطبع والنشر محفوظة © مؤسسة ماكجروهيل التعليمية

المفهوم الرئيسي

القوة الأسية لناتج ضرب

الشرح لإيجاد القوة الأسية لناتج ضرب، أوجد القوة الأسية لكل عامل ثم اضرب.

أمثلة

الأعداد	الصيغة الجبرية
$(6x^2)^3 = (6)^3 \times (x^2)^3 = 216x^6$	$(ab)^n = a^n b^n$

وسّع قاعدة القوة الأسية لقوة أسية أخرى لإيجاد القوة الأسية لناتج ضرب.

$$(3a^2)^5 = \overbrace{(3a^2)(3a^2)(3a^2)(3a^2)(3a^2)}^{\text{5 عوامل}}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times a^2 \times a^2 \times a^2 \times a^2 \times a^2$$

$$= 3^5 \times (a^2)^5 \quad \text{الكتابة باستخدام القوى الأسية}$$

$$= 243 \times a^{10} = 243a^{10} \quad \text{قوة أسية لقوة أسية أخرى}$$

خطأ شائع

عند إيجاد القوة الأسية لقوة أسية أخرى، لا تجمع الأسس. $(8^4)^3 = 8^{12}$ وليس 8^7

أمثلة

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

3. $(4p^3)^4$

$(4p^3)^4 = 4^4 \times p^{3\times4}$ قوة أسية لناتج ضرب

$= 256p^{12}$ حوّل إلى أبسط صورة

4. $(-2m^7n^6)^5$

$(-2m^7n^6)^5 = (-2)^5 m^{7\times5} n^{6\times5}$ قوة أسية لناتج ضرب

$= -32m^{35}n^{30}$ حوّل إلى أبسط صورة

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للبسائل لتتأكد أنك فهمت.

d. $64b^{18}$

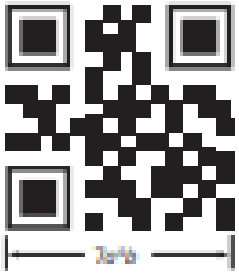
e. $1,296x^{20}y^{44}$

f. $-125w^6z^{24}$

d. $(8b^3)^2$ **e.** $(6x^5y^{11})^4$ **f.** $(-5w^2z^8)^3$

مثال

5. تُقدم إحدى المجلات خدمة خاصة للمشتركين فيها. فإذا قاموا بمسح الرمز المربع الموضح باستخدام الهاتف الذكي لقراءته، سيمكنهم التمتع بخدمات خاصة من المجلة. أوجد مساحة الرمز.



$A = s^2$ مساحة المربع

$A = (7a^4b)^2$ استبدل s بـ $7a^4b$

$A = 7^2(a^4)^2(b^1)^2$ القوة الأسية لناتج ضرب

$A = 49a^8b^2$ حوّل إلى أبسط صورة

مساحة الرمز هي $49a^8b^2$ وحدة مربعة.

توقف! وفكر

كيف تعرف أن التعبير مكتوب في أبسط صورة؟ اشرح ذلك أدناه.

الإجابة النموذجية: يظهر كل أساس مرة واحدة، ولا يوجد أي قوى أسية لقوى أسية أخرى، وكل الكسور في أبسط صورة.

تمرين موجه

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس. (الأمثلة 1–4)

1. $(3^5)^5 = 3^{10} = 59{,}049$

2. $(h^6)^4 = h^{24}$

3. $[(2^3)^2]^3 = 2^{18} = 262{,}144$

4. $(7w^7)^3 = 343w^{21}$

5. $(5g^8k^{12})^4 = 625g^{32}k^{48}$

6. $(-6r^5s^9)^2 = 36r^{10}s^{18}$

7. تتخذ أرضية الردهة في مدرسة النهار شكل مربع أطوال أضلاعه x^2y^3 قدمًا. وسيتم تركيب طبقة بلاط جديدة في أرضية الصالة. أوجد مساحة الصالة. (المثال 5) x^4y^6 ft^2

8. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يتطبق قانون ناتج ضرب القوى الأسية على إيجاد القوة الأسية لقوة أسية أخرى؟

الإجابة النموذجية: يمكنك كتابة القوة الأسية لقوة أسية أخرى في صورة مسألة ضرب تحتوي على عوامل لها نفس الأساس. ويمكنك بعد ذلك تطبيق قانون ناتج ضرب القوى الأسية للكتابة في أبسط صورة.

قيّم نفسك!

ما هو مستواك في القوى الأسية؟ ضع علامة في المربع المناسب.

حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجروهيل التعليمية

تمارين ذاتية

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس. (الأمثلة 1–4)

1. $(4^2)^3 = 4^6$

2. $(5^3)^3 = 5^9$

3. $(d^7)^6 = d^{42}$

4. $(h^6)^9 = h^{36}$

5. $[(3^2)^2]^2 = 3^8$

6. $[(5^2)^2]^2 = 5^8$

7. $(5j^6)^4 = 625j^{24}$

8. $(11k^4)^3 = 1{,}331k^{12}$

9. $(6a^2b^6)^3 = 216a^6b^{18}$

10. $(2m^5n^{11})^6 = 64m^{30}n^{66}$

11. $(-3w^3z^8)^5 = -243w^{15}z^{40}$

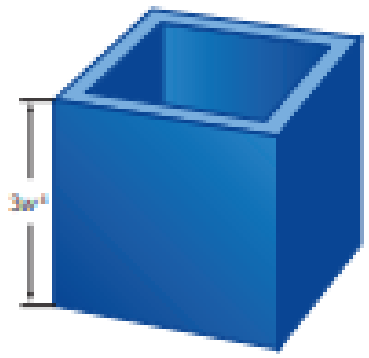
12. $(-5r^4s^{12})^4 = 625r^{16}s^{48}$

13. صندوق شحن في شكل مكعب. قياس كل ضلع $3c^6d^2$ بوصة. عبّر عن حجم المكعب في صورة أحادي حد. (المثال 5)

$27c^{18}d^6$ in^3

14. تزين نهاني الفناء بحوض زرع على شكل مكعب مثل المكعب الموضح. أوجد حجم حوض الزرع. (المثال 5)

$27w^{12}$ وحدة مكعبة



النمذجة والحل **حوّل إلى أبسط صورة. اكتب الحل على ورقة منفصلة.**

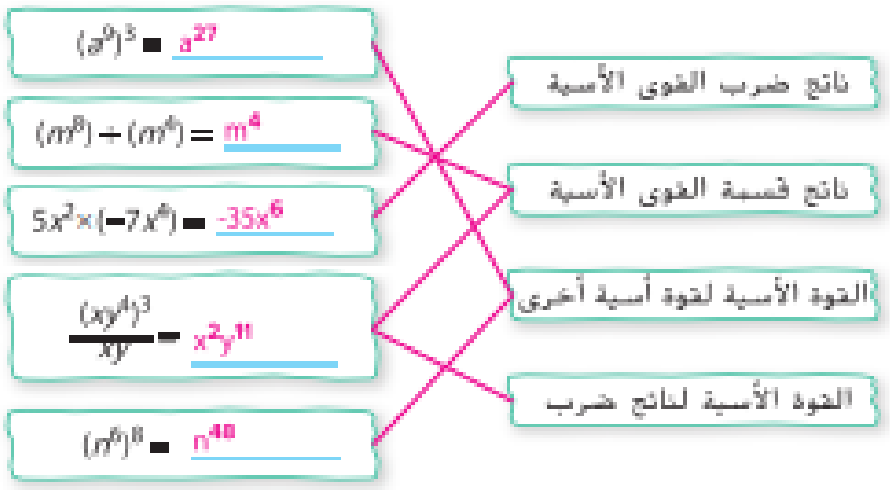
15. $[(3x^2y^3)^2]^3$ $729x^{12}y^{18}$

16. $\left(\frac{3}{5}a^6b^9\right)^2$ $\frac{9}{25}a^{12}b^{18}$

17. $(-2v^7)^3(-4v^2)^4$ $-2{,}048v^{29}$

جميع الحقوق محفوظة © محفوظة لصالح مؤسسة ...

18. **تحديد البنية** ارسم خطًا مستقيمًا لتوصيل قانون (قوانين) الأسس الذي ستستخدمه لتبسيط كل تعبير من التعابير. ثم بسّط كل التعابير.



مهارات التفكير العليا

19. **الاستدلال الاستقرائي** يوضح الجدول مساحة مربع ومكعب على التوالي، مع توضيح أطوال الأضلاع.

a. أكمل الجدول.

b. وضح كيف يتأثر كل من المساحة والحجم عند مضاعفة طول الضلع. ثم وضح كيف يتأثر كل منهما عند مضاعفة طول الضلع ثلاث مرات.

طول الضلع (بالوحدة)	x	$2x$	$3x$
مساحة المربع (بالوحدة المربعة)	x^2	$(2x)^2 = 4x^2$	$(3x)^2 = 9x^2$
حجم المكعب (بالوحدة المكعبة)	x^3	$(2x)^3 = 8x^3$	$(3x)^3 = 27x^3$

عند مضاعفة طول الضلع، ستتضاعف المساحة أربع مرات وسيتضاعف الحجم ثماني مرات.

عند مضاعفة طول الضلع ثلاث مرات، ستتضاعف المساحة تسع مرات

وسيتضاعف الحجم سبعة وعشرين مرة.

المثابرة في حل المسائل حُل كل معادلة لإيجاد قيمة x.

20. $(7^x)^3 = 7^{15}$ 5

21. $(-2m^3n^4)^x = -8m^9n^{12}$ 3

22. **الاستدلال الاستقرائي** قارن كيف ستبسّط بطريقة صحيحة التعبيرين $(2a^3)^6$ و $(2a^3)(4a^6)$

الإجابة النموذجية: لتبسيط $(2a^3)(4a^6)$، اضرب 2 في 4. ثم أضف الأسين 3 و 6 واكتب هذا المجموع كأس نهائي فوق a. لتبسيط $(2a^3)^6$، أوجد قيمة 2^6. ثم اضرب الأسين 3 و 6 واكتب ناتج الضرب هذا كأس نهائي فوق a.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين إضافي

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

23. $(2^2)^7 = 2^{14}$

$(2^2)^7 = 2^{2\times7}$

$= 2^{14}$

24. $(8v^9)^5 = 32{,}768v^{45}$

$(8v^9)^5 = 8^5 \times v^{9\times5}$

$= 32{,}768v^{45}$

25. $(3^4)^2 = 3^8$

26. $(m^8)^5 = m^{40}$

27. $(z^{11})^5 = z^{55}$

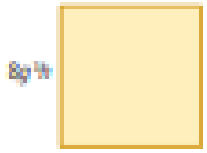
28. $[(4^3)^2]^2 = 4^{12}$

29. $[(2^3)^3]^2 = 2^{18}$

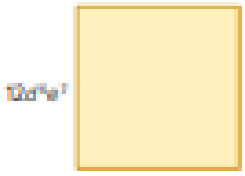
30. $(14y)^4 = 38{,}416y^4$

عبّر عن مساحة كل مربع في صورة أحادي حد.

31. وحدة مربعة $64g^6h^2$



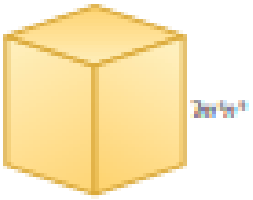
32. وحدة مربعة $144d^{12}e^{14}$



عبّر عن حجم كل مكعب في صورة أحادي حد.

33. وحدة مكعبة $125r^6s^9$

34. وحدة مكعبة $343m^{18}n^{27}$



حوّل إلى أبسط صورة.

35. $(0.5k^5)^2 = 0.25k^{10}$

36. $(0.3p^7)^3 = 0.027p^{21}$

37. $\left(\frac{1}{4}w^5z^3\right)^2 = \frac{1}{16}w^{10}z^6$

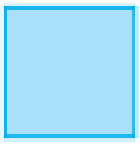
38. المثابرة في حل المسائل تم إسقاط كرة من أعلى مبنى. ويعطي التعبير $4.9x^2$ مسافة سقوط الكرة بالمتر بعد x ثانية. اكتب تعبيرًا وبسّطه بحيث يعطي مسافة سقوط الكرة بالمتر بعد x^3 ثانية وبعد x^3 ثانية.

$4.9(x^3)^2 = 4.9x^6$ متر؛ $4.9(x^3)^2 = 4.9x^6$ متر

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجروهيل التعليمية

انطلق! تمرين على الاختبار

39. لدى منى أربع سجادات مربعة الشكل كالسجادة الموضحة. وتريد استخدامها معًا لتغطية جزء من الدور الأرضي. فما مساحة الجزء الذي يمكن أن تغطيه بالسجاد؟



$2x^2$ ياردة

$16x^4$ yd^2

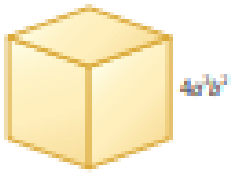
40. اختر التعبير الصحيح لتمثيل حجم كل مكعب.

$4a^2b^3$

$64a^6b^9$

$2a^2b^3$

$8a^{12}b^9$



$4a^2b^3$

$64a^9b^6$

$2a^{12}b^6$	$8a^{12}b^9$
$4a^6b^3$	$12a^6b^5$
$4a^9b^6$	$64a^6b^9$
$6a^6b^6$	$64a^9b^6$
$8a^{12}b^6$	$64a^9b^{12}$

مراجعة شاملة

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

41. $6^4 \times 6^7 =$ 6^{11}

42. $18^3 \times 18^5 =$ 18^8

43. $(-3x^{11})(-6x^3) =$ $18x^{14}$

44. $(-9a^4)(2a^7) =$ $-18a^{11}$

45. يوضح الجدول ارتفاعات بعض الشلالات في الولايات المتحدة. فما ارتفاع كل شلال؟

الشلال	الطول (ft)
برايدال فيل (كاليفورنيا)	$2^2 \times 5 \times 31$
فول كريك (إنديانا)	2^8
شوشون (أيداهو)	$2^2 \times 53$

برايدال فيل: 620 ft؛ فول كريك: 256 ft؛ شوشون: 212 ft

Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

استقصاء حل المسائل

الخطة ذات الخطوات الأربع

ممارسات رياضية
1, 2, 4

مسألة رقم 1 انتشار رسائل نصية

استلمت ليلى رسالة بخصوص حملة إنشاد. فأعادت إرسال الرسالة إلى اثنتين من صديقاتها. ثم أعادت كل منهما إرسال الرسالة إلى صديقتين أخريين. وهكذا.

فكم عدد الرسائل التي أرسلت في المرحلة الرابعة؟

1 الفهم *ما المعطيات؟*

أنت تعلم أن كل صديقة في كل مرحلة ترسل رسالة إلى صديقتين.
يمكنك استخدام قطع العد لتمثيل انتشار الرسائل النصية المرسلة.

2 التخطيط *ما الإستراتيجية التي ستستخدمها لحل هذه المسألة؟*

استخدم قطع عد حمراء لتمثيل الرسائل في المرحلة الأولى.
استخدم قطع عد صفراء لتمثيل الرسائل المرسلة في المرحلة الثانية.
استمر في استخدام النمط. ارسم قطع العد التي تمثل عدد الرسائل المرسلة في المرحلة الرابعة.

3 الحل *كيف يمكنك تطبيق الإستراتيجية؟*

يوجد 16 قطعة عد في الصف الرابع. إذن، تم إرسال 16 رسالة خلال المرحلة الرابعة.

4 التحقق *هل الإجابة منطقية؟*

عدد الرسائل في كل مرحلة هو القيمة الأسية 2. لذا، أوجد 2^4.
وبما أن $2^4 = 16$. فالإجابة صحيحة إذًا. ✓

تحليل الإستراتيجية

تبرير الاستنتاجات في أي مرحلة سيتم إرسال أكثر من 1,000 رسالة؟
اشرح.

المرحلة العاشرة؛ نموذج إجابة: يمكن تمثيل المرحلة التاسعة بـ 2^9 أو 512، ويمكن تمثيل المرحلة العاشرة بـ 2^{10} أو 1,024. إذًا، في المرحلة العاشرة، سيتم إرسال أكثر من 1,000 رسالة.

مسألة رقم 2 اختبار سيارة صديقة للبيئة بحساب الأميال المقطوعة

منه اختبار سيارة هجين، قطعت السيارة 4,840 ميلًا بـ 88 جالونًا من الغاز.

بهذا المعدل، كم جالونًا من الغاز ستحتاجه السيارة لتقطع 1,155 ميلًا؟

1 الفهم

اقرأ المسألة. ما المطلوب منك إيجاده؟

أحتاج إلى إيجاد كم غالونًا من الغاز ستحتاجه السيارة لتقطع 1,155 ميلًا؟

ضع خطًا أسفل الكلمات الأساسية والقيم الموجودة في المسألة. ما المعطيات التي تعرفها؟

تقطع السيارة الهجين مسافة قدرها 4,840 ميلًا بـ 88 جالونًا من الغاز.

هل هناك أي معطيات لست بحاجة إلى معرفتها؟

لست بحاجة إلى معرفة أن السيارة كانت هجينة.

2 التخطيط

كيف ترتبط الحقائق ببعضها البعض؟

نموذج إجابة: أنت تقارن الأميال إلى الغالونات. يمكنك كتابة نسبة.

3 الحل

اكتب تناسبًا يقارن عدد الأميال إلى عدد الجالونات وحل هذا التناسب. لنفرض أن g يمثل كمية الغاز المطلوبة لتقطع السيارة 1,155 ميلًا.

الأميال / الجالونات

$$\frac{1,155}{g} = \frac{4,840}{88}$$

كم جالونًا من الغاز ستحتاجه السيارة لتقطع 1,155 ميلًا؟ 21

4 التحقق

استخدم المعطيات الموجودة في المسألة للتحقق من إجابتك.

نموذج الإجابة: 4,840 ميلًا ÷ 88 غالونًا = 55 ميلًا لكل غالون؛

1,155 ميلًا ÷ 55 ميلًا لكل غالون = 21 غالونًا. الإجابة صحيحة.

نشاط عملي

اعمل مع مجموعة صغيرة لحل المسائل التالية.
اكتب الحل على ورقة منفصلة.

مسألة رقم 3 رحلة مدرسية

ستذهب جميع فصول الأستاذة عليمة مدرس العلوم إلى متحف دبي. تحتاج كل مجموعة مكونة من ثمانية طلاب إلى مرشد سياحي. مع العلم بأن عدد الطلاب في الفصول كالتالي: 28 طالبًا و 35 طالبًا و 22 طالبًا و 33 طالبًا.

فكم عدد المرشدين السياحيين المطلوبين؟

18 مرشدًا سياحيًا

مسألة رقم 4 بستنة

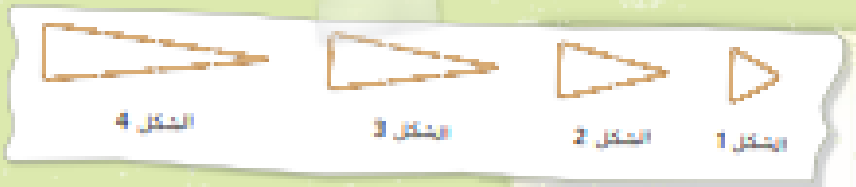
تصمم السيدة لبنى حديقتها على شكل مستطيل. مع العلم أن مساحة حديقتها ضعف مساحة المستطيل الموضح.

اكتب مساحة حديقة السيدة لبنى في أبسط صورة.

$64s^5t^{14}$ ft²

مسألة رقم 5 عيدان تنظيف الأسنان

سيكون هاني الأشكال الموجودة على اليسار باستخدام عيدان تنظيف الأسنان.



اكتب تعبيرًا يمكن استخدامه لإيجاد عدد عيدان الأسنان المطلوبة لتكوين أي شكل. ثم أوجد عدد عيدان الأسنان المطلوبة لتكوين الشكل رقم 100.

$2n + 1$: 201 عود أسنان

مسألة رقم 6 الحس العددي

أوجد التسلسل التالي:

$$1-\frac{1}{2},\ 1\ \ \frac{1}{2},1-\frac{1}{3},1-\frac{1}{4}\ \ldots\ 1-\frac{1}{48},1-\frac{1}{49},1-\frac{1}{50}$$

ما هو ناتج ضرب جميع الحدود؟

$\frac{1}{100}$

اختبار نصف الوحدة

مراجعة المفردات

1. **مراعاة الدقة** عرّف القوة الأسية باستخدام الكلمتين الأساس والأس. اذكر مثالاً على القوة الأسية وحدد الأساس والأس. (الدرس 2)

نموذج الإجابة: القوة الأسية هي ضرب عدد، ويسمى القاعدة، في نفسه عدة مرات. والأس هو عدد المرات التي تكون فيها القاعدة عاملًا. في 5^2، 5 هو القاعدة، و2 هو الأس.

2. اشرح القاعدة الخاصة بناتج ضرب القوى الأسية. مع ذكر مثال. (الدرس 3)

نموذج الإجابة: تسمح قاعدة حاصل ضرب القوى الأسية بمضاعفة القوى الأسية التي لها نفس القاعدة. على سبيل المثال $3^{10} = 3^6 \cdot 3^4$.

مراجعة المهارات وحل المسائل

3. اكتب $1\frac{7}{16}$ في صورة كسر عشري. (الدرس 1) 1.4375

4. اكتب $0.\overline{15}$ ككسر في أبسط صورة. (الدرس 1) $\frac{5}{33}$

5. كتلة فمار رياضة البيسبول هي 5 × 5 × 5 × 5 × 5 جرامًا. اكتب الكتلة مستخدمًا الأسس ثم أوجد قيمة التعبير. (الدرس 2) 5^5؛ 3125

بسّط باستخدام قوانين الأسس. (الدرسان 3 و 4)

6. $2^3a^7 \times 2a^3 =$ $8a^{10}$

7. $\frac{24y^4}{4y^2} =$ $6y^2$

8. $(2a^3)^3 =$ $16a^{10}$ أو 2^4a^{10}

9. **المثابرة في حل المسائل** اكتب تعبيرين جبريين أحدهما بناتج قسمة x^5 والآخر بناتج ضرب x^5. (الدرس 3)

نموذج الإجابة: $\frac{x^8}{x^3}$ و $x^2(x^3)$